

PŘÍKLAD 1. Zapište obě možnosti pořadí integrace funkce $f(x, y)$ na množině ohraničené osou y , grafem funkce $y = e^x$ a přímkou procházející body $[1, e]$, $[0, 2e]$.

PŘÍKLAD 2. Pomocí trojného integrálu odvoďte známý vzorec pro objem koule.
[Návod: Uvažujte kouli o poloměru R se středem v počátku a využijte transformace do sférických souřadnic.]

PŘÍKLAD 3. Určete hmotnost tělesa, které je průnikem koule $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ a válce $x^2 + y^2 \leq 1$ v poloprostoru $z \geq 0$ a jehož hustota je v bodě $[x, y, z]$ rovna kolmé vzdálenosti tohoto bodu od roviny xy .

PŘÍKLAD 4. Pomocí složeného lichoběžníkového pravidla s uzly $0, \frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1$ odhadněte hodnotu integrálu

$$\int_0^1 \sin(\pi x^2) \, dx.$$

PŘÍKLAD 5. Vypočtete integrál

$$\int_{\frac{3}{\sqrt{2}}}^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dy \, dx.$$

[Návod: Použijte transformaci do polárních souřadnic.]